



UNIVERSIDADE FEDERAL  
DE SANTA CATARINA

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA  
CENTRO DE CIÊNCIAS, TECNOLOGIAS E SAÚDE  
COORDENADORIA ESPECIAL DE FÍSICA, QUÍMICA E MATEMÁTICA  
PLANO DE ENSINO\*

\* plano de ensino adaptado, em caráter excepcional e transitório, para substituição de aulas presenciais por aulas em meios digitais, enquanto durar a pandemia do novo coronavírus – COVID-19, em atenção à Portaria MEC 344, de 16 de junho de 2020 e à Resolução 140/2020/CUn, de 24 de julho de 2020.

SEMESTRE 2020.1

I. IDENTIFICAÇÃO DA DISCIPLINA:

CÓDIGO	NOME DA DISCIPLINA	Nº DE HORAS-AULA SEMANAIS		TOTAL DE HORAS-AULA SEMESTRAIS
		TEÓRICAS	PRÁTICAS	
FQM7102**	Cálculo II	4	0	72

\*\* plano a ser considerado equivalente, em caráter excepcional e transitório na vigência da pandemia COVID-19, à disciplina FQM7102

HORÁRIO		MODALIDADE
TURMAS TEÓRICAS	TURMAS PRÁTICAS	Emergencial Remoto
02655 – 2.1620(2) e 4.1620(2)		

II. PROFESSOR(ES) MINISTRANTE(S)

Evy Augusto Salcedo Torres

e-mail: [evy.salcedo.torres@ufsc.br](mailto:evy.salcedo.torres@ufsc.br)

III. PRÉ-REQUISITO(S)

CÓDIGO	NOME DA DISCIPLINA
FQM 7101	Cálculo I
FQM 7103	Geometria Analítica

IV. CURSO(S) PARA O(S) QUAL(IS) A DISCIPLINA É OFERECIDA

Graduação em Engenharia de Computação e Engenharia de Energia

V. JUSTIFICATIVA

Esta disciplina propõe resolver integrais de uma variável usando diferentes técnicas de integração, com aplicações no cálculo de áreas e volumes. Funções de várias variáveis também são objeto de estudo, como o cálculo de integrais múltiplas e derivadas parciais.

VI. EMENTA

Métodos de Integração. Aplicações da integral definida. Funções de várias variáveis. Derivadas parciais. Aplicações das derivadas parciais. Integração múltipla.

VII. OBJETIVOS

**Objetivo Geral:**

- Familiarizar o estudante com as ferramentas matemáticas dos cálculos diferencial e integral, tornando-o apto à resolução de problemas de Física e Engenharia.

**Objetivos Específicos:**

- Resolver integrais indefinidas usando diferentes métodos de integração.
- Aplicar o conhecimento de integrais no cálculo de áreas, volumes e comprimento de arco.
- Identificar funções de várias variáveis e determinar seu domínio.
- Calcular limites de várias variáveis.
- Calcular derivadas parciais e entender o uso das regras da cadeia.
- Resolver problemas de maximização e minimização para funções de várias variáveis.
- Resolver integrais duplas e aplicar no cálculo de áreas e volumes.

- Resolver integrais triplas e aplicar no cálculo de volumes.
- Usar mudança de variáveis, com foco nas coordenadas polares, cilíndricas e esféricas.
- Aplicações de integrais múltiplas, como centro de massa de sólidos e momentos de inércia.

## VIII. CONTEÚDO PROGRAMÁTICO

### 1. Métodos de integração e aplicações da integral definida

- 1.1. Integrais trigonométricas
- 1.2. Substituição trigonométrica
- 1.3. Integração de funções racionais por frações parciais
- 1.4. Integrais racionais de seno e cossenos
- 1.5. Integrais racionais envolvendo expressões da forma  $\sqrt{ax^2+bx+c}$ , ( $a \neq 0$ )
- 1.6. Comprimento de arco de uma curva plana usando a sua equação cartesiana
- 1.7. Comprimento de arco de uma curva plana dada por suas equações paramétricas
- 1.8. Área de uma região plana
- 1.9. Volume de um sólido de revolução
- 1.10. Área de uma superfície de revolução
- 1.11. Coordenadas polares
- 1.12. Comprimento de arco de uma curva dada em coordenadas polares
- 1.13. Área de uma figura plana em coordenadas polares
- 1.14. Aplicações
  - a) Massa e centro de massas de uma barra
  - b) Momento de inercia de uma barra
  - c) Trabalho.
  - d) Pressão de um líquido.

### 2. Derivadas Parciais e Funções Diferenciáveis

- 2.1. Funções de várias variáveis
- 2.2. Gráfico de Funções de várias variáveis
  - a) Curvas de nível
  - b) Esboço de gráficos usando curvas de nível
  - c) Superfícies de nível
- 2.3. Limites de funções de várias variáveis
- 2.4. Continuidade de funções de várias variáveis
- 2.5. Derivadas parciais
- 2.6. Diferenciabilidade, diferencial total e aproximações lineares
- 2.7. Planos tangentes e plano normal a superfícies
- 2.8. Regra da cadeia para derivadas totais e parciais
- 2.9. Derivação Implícita
- 2.10. Derivadas parciais sucessivas
- 2.11. Derivadas parciais de ordem superior
- 2.12. Extremos locais e absolutos e pontos de sela
- 2.13. Problemas de maximização e minimização
- 2.14. Método dos multiplicadores de Lagrange

### 3. Máximo e Mínimos de Funções de Várias Variáveis

- 3.1. Máximo e mínimo de Funções de duas variáveis
- 3.2. Pontos crítico de uma Função de duas variáveis
- 3.3. Condição necessária para a existência de pontos extremantes
- 3.4. Interpretação geométrica envolvendo pontos críticos de uma função  $z = f(x, y)$
- 3.5. Condição suficiente para um ponto críticos ser extremante local
- 3.6. Teorema de Weierstrass
- 3.7. Aplicações
- 3.8. Máximos e mínimos condicionados

### 4. Integral Dupla

- 4.1. Definição

- 4.2. Interpretação geométrica
- 4.3. propriedades da integral dupla
- 4.4. cálculo das integrais duplas
- 4.5. mudança de variáveis
- 4.6. Aplicações

#### 5. Integrais Triplas

- 5.1. Definição
- 5.2. Interpretação geométrica
- 5.3. propriedades da integral tripla
- 5.4. cálculo das integrais triplas
- 5.5. mudança de variáveis
- 5.6. Aplicações

### IX. METODOLOGIA DE ENSINO / DESENVOLVIMENTO DO PROGRAMA

1. Aulas expositivas disponibilizadas como vídeos acessíveis através da internet em alguma plataforma de compartilhamento de vídeo.
2. Desenvolvimento de exercícios manuscritos e disponibilizado como vídeo em alguma plataforma de compartilhamento.
3. Material de apoio postado em ambiente virtual usando o *plataforma Moodle*.

### X. METODOLOGIA E INSTRUMENTOS DE AVALIAÇÃO

A verificação do rendimento escolar compreenderá frequência e aproveitamento nos estudos, os quais deverão ser atingidos conjuntamente. Os critérios de aprovação ou não na disciplina são regidos pela Resolução 17/CUn/97, disponível em <http://www.mtm.ufsc.br/ensino/Resolucao17.html>, a qual determina que:

- O aluno que não presenciar pelo menos 75% das aulas (neste caso 52 horas-aula) estará automaticamente reprovado na disciplina (parágrafo 2º do artigo 69).
- Será considerado aprovado o aluno que obtiver média final MF  $\geq 6,0$  ou nota final NF  $\geq 6,0$  (artigo 72).
- Todas as avaliações serão expressas através de notas graduadas de 0 a 10, não podendo ser fracionadas aquém ou além de 0,5. As frações intermediárias serão arredondadas para a graduação mais próxima, sendo as frações 0,25 e 0,75 respectivamente arredondadas para 0,5 e 1,0. Dessa forma, o aluno que obtiver MF = 5,75 terá esta média arredondada para 6,0 e estará automaticamente aprovado (artigo 71).
- O aluno com frequência suficiente e  $3,0 \leq MF \leq 5,5$  terá direito a uma nova avaliação ao final do semestre, chamada recuperação, REC (parágrafo 2º do artigo 70). Neste caso será atribuída ao aluno uma nota final NF, calculada pela média aritmética simples entre a MF e a REC.
- Ao aluno que não comparecer às avaliações ou não apresentar trabalhos no prazo estabelecido será atribuída nota 0 (zero).
- Será concedido o direito de segunda avaliação somente ao aluno que por motivo de força maior e plenamente justificado, deixar de realizar avaliações previstas no plano de ensino. Para tanto, o aluno deverá formalizar pedido à Chefia do Departamento de Ensino ao qual a disciplina pertence, dentro do prazo de 3 (três) dias úteis, apresentando documentação comprobatória.
  - O pedido de nova avaliação deverá ser formalizado na Secretaria Integrada de Departamento.
  - **A Nova Avaliação será realizada no final do semestre letivo, após a terceira avaliação e antes da prova de recuperação.**
- deverá formalizar pedido de avaliação à Secretaria Integrada dos Departamentos do CTS em até 3 dias úteis após a avaliação, apresentando comprovação (artigo 74).
- Para maiores esclarecimentos, sugere-se a leitura dos artigos 69, 70, 71, 72, 73 e 74 da referida resolução.

#### Frequência:

Para fins de contabilização da frequência será considerado o acesso aos vídeos das aulas assíncronas o quais serão disponibilizado como links na plataforma Moodle. Já no caso das aulas síncronas a frequência será aferida diretamente durante a transmissão da mesma (Live).

#### Instrumentos de Avaliação:

O aproveitamento nos estudos será avaliado mediante:

- Participação nas aulas Síncronas (Lives), conforme

$$NAS = \left( \frac{\text{Total de participações}}{\text{Total de aulas síncronas}} \right) * 10$$

- Resolução e entrega de 7 listas de exercícios, valendo notas de 0 a 10.

$$NL = \frac{L_1 + L_2 + L_3 + L_4 + L_5 + L_6 + L_7}{7}$$

- A aplicação de 3 provas escritas de resolução individual, valendo notas de 0 a 10.

$$NP = \frac{P1 + P2 + P3}{3}$$

A prova será assíncrona e será disponibilizada quarenta e oito (48) horas antes do horário de entrega. O horário de entrega da prova será, impreterivelmente, as 16:00 horas da data estipulada no cronograma deste documento, e deverá ser encaminhada via moodle.

- A média das parcial, MP, será calculada segundo

$$MP = 0,1 * NAS + 0,6 * NL + 0,3 * NP$$

ou seja, 10% da nota será a participação nas aulas síncronas, 60% será a média das listas e 30% será a média das provas parciais

Caso o aluno obtenha  $3,0 \leq MP \leq 5,5$  estará apto a fazer a recuperação (REC), valendo notas de 0 a 10, e que englobará todo o conteúdo programático. Conforme já descrito acima, a NF será calculada pela seguinte equação:

$$NF = \frac{MP + REC}{2}$$

A REC será realizada de forma assíncrona e será disponibilizada vinte e quatro (24) horas antes do horário de entrega. O horário de entrega da prova será, impreterivelmente, as 16:00 horas da data estipulada no cronograma deste documento, e deverá ser encaminhada via moodle.

#### **Data da aulas Síncronas (10% da média parcial):**

- Live 1: ( às 16:00(2) do 07/09/2020) Unidade 1
- Live 2: ( às 16:00(2) do 21/09/2020) Unidade 1
- Live 3: ( às 16:00(2) do 05/10/2020) Unidade 2
- Live 4: ( às 16:00(2) do 14/10/2020) Unidade 2
- Live 5: ( às 16:00(2) do 28/10/2020) Unidade 3
- Live 6: ( às 16:00(2) do 23/11/2020) Unidade 4
- Live 7: ( às 16:00(2) do 09/12/2020) Unidade 5

#### **Conteúdo de cada Lista (60% da média parcial):**

- Lista 1: (do 31/08/2020 até as 18h do 09/09/2020) Unidade 1
- Lista 2: (do 09/09/2020 até as 18h do 23/09/2020) Unidade 2
- Lista 3: (do 23/09/2020 até as 18h do 07/10/2020) Unidade 3
- Lista 4: (do 07/10/2020 até as 18h do 19/10/2020) Unidade 3
- Lista 5: (do 19/10/2020 até as 18h do 01/11/2020) Unidade 4
- Lista 6: (do 01/11/2020 até as 18h do 25/11/2020) Unidade 5
- Lista 7: (do 25/11/2020 até as 18h do 13/12/2020) Unidade 5

**Conteúdo de cada prova (30% da média parcial):**

- Prova 1: (das 18h do 20/09/2020 até as 18h do 23/09/2020) Unidade 1
- Prova 2: (das 18h do 02/11/2020 até as 18h do 04/11/2020) Unidade 2 e 3
- Prova 3: (das 18h do 12/12/2020 até as 18h do 14/12/2020) Unidade 4 e 5
- Prova de Recuperação: (das 18h do 15/12/2020 até as 18h do 16/12/2020)

**XI. CRONOGRAMA TEÓRICO/PRÁTICO**

AULA (semana)	DATA	Unidade	ASSUNTO
1 <sup>a</sup>	31/08/2020	I.a	Revisão de aulas pré pandemia
	02/09/2020	I.b	Volume e área de Sólidos de revolução. Comprimento de arco
2 <sup>a</sup>	07/09/2020	Aula Síncrona	Aula de dúvidas das aulas I.a, I.b, I.c
	09/09/2020	I.d	Coordenadas polares, Gráfico de equações em coordenadas polares, Relação entre coordenadas cartesianas retangulares e polares.
3 <sup>a</sup>	14/09/2020	I.e	Comprimento de arco de uma curva em coordenadas polares.
	16/09/2020	I.f	Área de uma região plana em coordenadas polares.
4 <sup>a</sup>	21/09/2020	Aula Síncrona	Aula de dúvidas das aulas I.d, I.e, I.f
	23/09/2020		<b>Prova – área I</b>
5 <sup>a</sup>	28/09/2020	II.a	Funções de n variáveis reais. Gráficos e curvas de nível. Distância entre dois pontos, bola aberta e ponto de acumulação.
	30/09/2020	II.b	Derivada parcial: Interpretação geométrica das derivadas parciais. Diferenciabilidade. Diferencial.
6 <sup>a</sup>	05/10/2020	Aula Síncrona	Aula de dúvidas das aulas II.a, II.b
	07/10/2020	II.c	Regra da cadeia. Derivação implícita. Gradiente e jacobiano.
7 <sup>a</sup>	12/10/2020	II.d	Derivadas parciais sucessivas e Teorema de Schwarz.
	14/10/2020	Aula Síncrona	Aula de dúvidas das aulas II.c, II.d
8 <sup>a</sup>	19/10/2020	III.a	Máximos e mínimos de funções de várias variáveis.
	21/10/2020	III.b	Máximos e mínimos de funções com restrições
9 <sup>a</sup>	26/10/2020	III.c	Aplicações de Máximos e Mínimos
	28/10/2020	Aula Síncrona	Aula de dúvidas das aulas III.a, III.b, III.c
10 <sup>a</sup>	02/11/2020		FINADOS
	04/11/2020		<b>Prova – área II</b>
11 <sup>a</sup>	09/11/2020	IV.a	Integral dupla: Cálculo das integrais duplas. Inversão da ordem de integração.
	11/11/2020	IV.b	Integral dupla: Mudança de variáveis em integral dupla.
12 <sup>a</sup>	16/11/2020	IV.c	Aplicações das integrais duplas: Cálculo de volume. Cálculo de área.
	18/11/2020	IV.d	Cálculos de massa, centro de massa e momento de inércia.
13 <sup>a</sup>	23/11/2020	Aula Síncrona	Aula de dúvidas das aulas IV.a, IV.b, IV.c, IV.d
	25/11/2020	V.a	Integrais triplas: Cálculo das integrais triplas. Mudança de variáveis em integrais Triplas.
14 <sup>a</sup>	30/11/2020	V.b	Integrais triplas: Mudança de variáveis em integrais Triplas.
	02/12/2020	V.c	Aplicações das integrais triplas: Cálculo de volume.
	07/12/2020	V.d	Cálculos de massa, centro de massa e momento de inércia.
	09/12/2020	Aula Síncrona	Aula de dúvidas das aulas V.a, V.b, V.c
	14/12/2020		<b>Prova – área III</b>
	16/12/2020		<b>Prova Recuperação final.</b>

**XII. Feriados previstos para o semestre 2020.1:**

DATA	
07/09/2020	Aniversário da Cidade
12/10/2020	Sexta Feira Santa
28/10/2020	Dia não letivos
02/11/2020	Páscoa
20/04/2020	Dia não letivos

### XIII. BIBLIOGRAFIA BÁSICA

- 1) TANEJA, Inder Jeet; de HOLANDA JANESCH, Silvia Martini. **Cálculo II** 2ed. Florianópolis: UFSC/EAD/CED/CFM, 2009. 224 p. (acessível em <https://mtm.grad.ufsc.br/>)\*\*
- 2) **Notas de aula da Disciplina**
- 3) FLEMMING, Diva Marília; GONÇALVES, Mirian Buss. **Cálculo A: funções, limite, derivação, noções de integração**. 6. ed. São Paulo: Pearson Prentice Hall, 2007. 448p.
- 4) GONÇALVES, Mirian Buss; FLEMMING, Diva Marília. **Cálculo B: funções de várias variáveis, integrais múltiplas, integrais curvilíneas e de superfície**. 2 ed. São Paulo: Pearson Prentice Hall, 2007. 435p.
- 5) STEWART, James. **Cálculo**. 7 ed. São Paulo: Cengage Learning, 2014. Volumes 1 e 2.
- 6) ANTON, Howard. **Cálculo: um Novo Horizonte**. 8. ed. Porto Alegre: Bookman, 2007. Volumes 1 e 2.

### XIV. BIBLIOGRAFIA COMPLEMENTAR

- 1) PINTO, Diomara; MORGADO, Maria Candida Ferreira. **Cálculo diferencial e integral de funções de várias variáveis**. 3.ed. Rio de Janeiro: UFRJ, 2009. 348 p.
- 2) SIMMONS, George Finlay. **Cálculo com geometria analítica**. 1. ed. São Paulo: Pearson Makron Books, 1987. Volume 1.
- 3) THOMAS, George Brinton; WEIR, Maurice D.; HASS, Joel. **Cálculo**. 12. ed. São Paulo: Pearson, 2012. Volumes 1 e 2.
- 4) LEITHOLD, Louis. **Cálculo com geometria analítica**. 3. ed. São Paulo: Harbra, 1994. Volumes 1 e 2.
- 5) GUIDORIZZI, Hamilton Luiz. **Um curso de cálculo**. 5. ed. Rio de Janeiro: Livros Técnicos e Científicos, 2001. Volumes 1 e 2

\*Os livros da bibliografia básica acima citados constam na Biblioteca setorial de Araranguá.

\*\*Este será o livro texto. O resto dos livros são os livros tradicionais da disciplina que o aluno poderá usar caso tenha adquirido por meios próprios.

\_\_\_\_\_  
Evy Augusto Salcedo Torres

Aprovado na Reunião do Colegiado do Departamento \_\_\_/\_\_\_/\_\_\_

\_\_\_\_\_  
Chefia

Aprovado na Reunião do Colegiado do Curso \_\_\_/\_\_\_/\_\_\_

\_\_\_\_\_  
Coordenação